Вариограммы

Вариограмма γ_h определяется уравнением:

$$\gamma_h = \frac{1}{2} E\left(X_{i+h} - X\right)^2,$$

где X_i – значение свойства X в местоположении i; X_{i+h} – значение свойства X в местоположении $i+h$; h – расстояние между парами данных; $E(...)$ – ожидаемое значение.

Таким образом, вариограмма определяется как половина ожидаемого значения или среднего значения квадрата разницы между парами точек X_i и X_{i+h}, разделенных расстоянием h. Если регионализированная переменная является стационарной и нормализована таким образом, что имеет среднее значение, равное нулю, и дисперсию 1, то вариограмма является зеркальным отображением автокорреляционной функции (ACF) (рис. 1). Вариограмма и ACF связаны следующим соотношением:

$$\gamma_h = \sigma^2\left(1 - \rho_k\right),$$

где σ^2 – дисперсия; ρ_k – коэффициент корреляции.

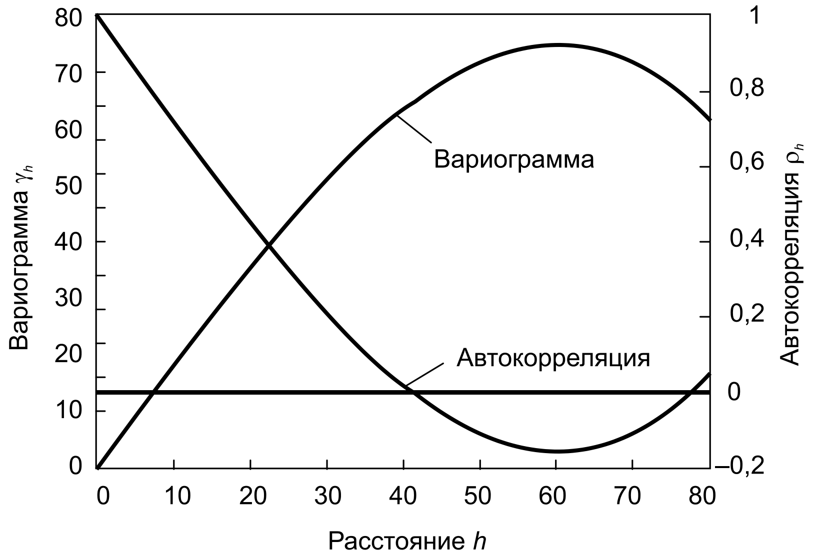

Рис. 1. Зависимость между вариограммой, γ_h, и автокорреляцией, ρ_h для стационарной регионализированной переменной

Вариограмма, часто используемая функция в геостатистике, характеризует зависимость, существующую между переменными (значениями z) в разных точках пространства. Значение вариограммы для разделительного расстояния (лаг) h представляет собой среднеквадратическую разницу в значениях z между парами входных точек выборки, разделенных h. Вариограмма и лаг, на котором происходит выравнивание, известны как порог (С) и длина корреляции (А) (рис. 2). Значение порога обычно эквивалентно традиционной

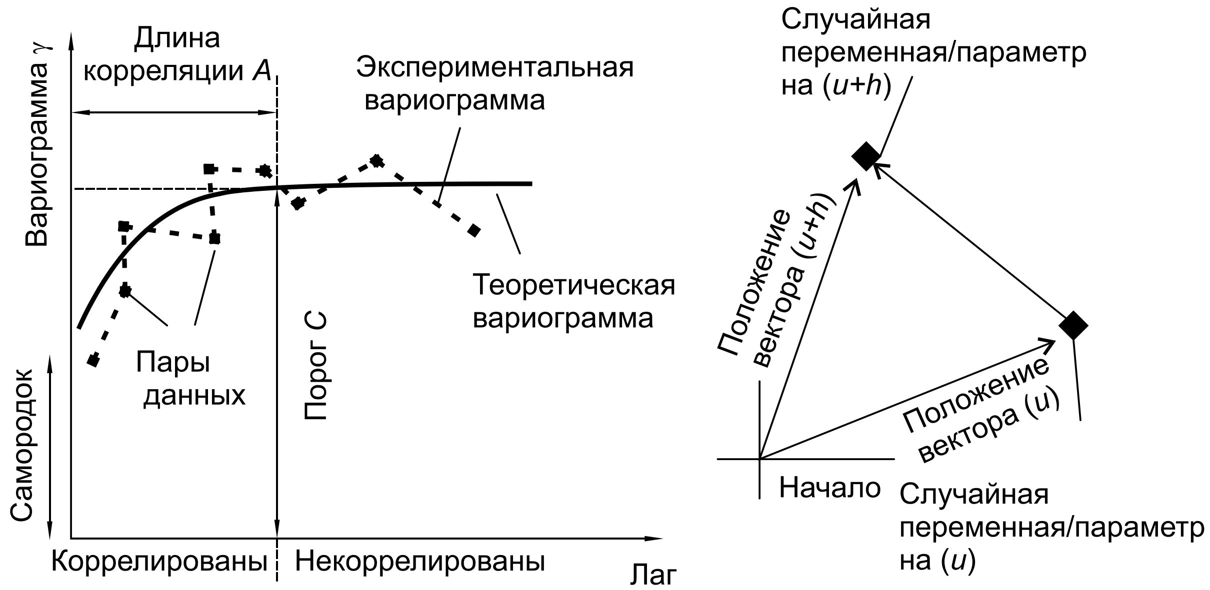

Рис. 2. Экспериментальная и модельная вариограммы

выборочной дисперсии. Расстояние, на котором значения вариограммы выравниваются, известно как "диапазон или длина корреляции". Длина корреляции или диапазон (А) обозначает среднее расстояние, в пределах которого выборки остаются пространственно коррелированными. Теоретическая вариограмма всегда начинается с 0 (для $h = 0$, $z_{i+h} = z_i$), если в данных измерений нет ошибок. Если вариограмма не выравнивается при больших значениях лага, то это указывает на то, что набор данных нестационарный.

Значения вариограммы могут быть вычислены как средние по всем направлениям, в этом случае лаг (h) является вектором для конкретного направления. Обычно, когда значения вариограммы строятся для всех h, значения малы для низких значений h; в тоже время они увеличиваются с ростом расстояния и обычно выравниваются или становятся постоянными после некоторого расстояния. Постоянные значения вариограммы подразумевают, что разница между значениями не меняется с расстоянием. Маленький значения с короткими лагами указывают на данные, которые являются автокоррелированными или пространственно непрерывными. Большие значения указывают на то, что парные выборки непохожи и более пространственно прерывисты.

В таблице 1 и на рис. 3 представлен ряд моделей вариограмм, которые обычно используются в литературе, наиболее широко применяемой из них является сферическая модель.

Таблица 1

Общие модели вариограмм

Модель	Формула	Примечание
Чистый самородок	$\gamma_h = C_0$	C_0 – самородок $C_0 + C$ – порог a – диапазон $3a^*$ – эффективный диапазон $\sqrt{3}a^*$ – эффективный диапазон p – наклон $0<\alpha<2$ α – абсолютная дисперсия
Сферическая	$\gamma_h = C\left(\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3}\right) + C_0,\ h \le a$ $\gamma_h = C + C_0, \quad h \ge a$	
Экспоненциальная	$\gamma_h = C\left(1 - e^{-\frac{h}{a}}\right) + C_0$	
Гауссова	$\gamma_h = C\left(1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}}\right) + C_0$	
Линейная	$\gamma_h = ph + C_0$	
Степенная	$\gamma_h = ph^{\alpha} + C_0$	
Логнормальная	$\gamma_h = 3\alpha \ln h + C_0$	

П р и м е ч а н и е. Каждая из приведенных выше моделей подчиняется $\gamma_0 = 0$.

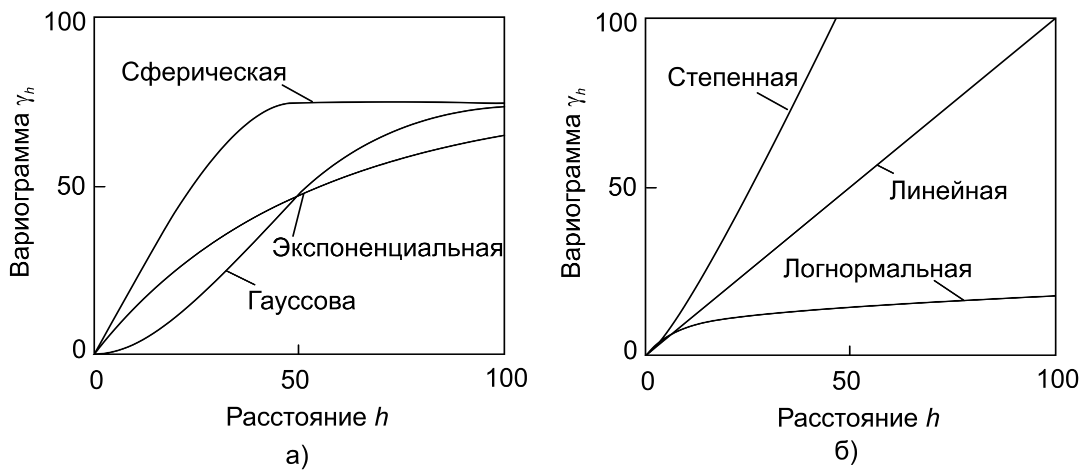

Рис. 3. Общие модели вариограмм с нулевым C_0