Автокорреляционные функции

Подобные функции используются для характеристики пространственной изменчивости грунта, где корреляция между двумя произвольными точками в грунте описывается функцией автокорреляции (Auto-Correlation Functions – ACF). В геотехнической практике структура функции автокорреляции для свойств грунта часто определяется на основе большого количества данных измерений и последующей обработки с использованием геостатистики (см., вариограммма) или теории случайных полей.

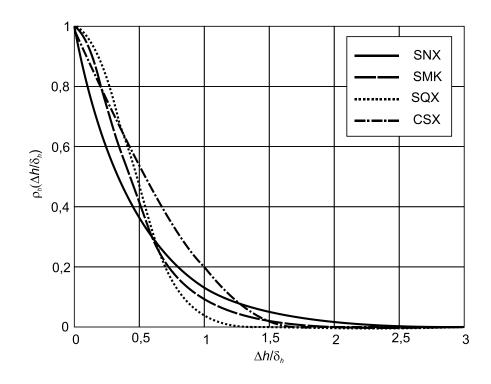
Таблица 1 Общие аналитические модели корреляционных функций

Тип функци и	Выражение функции $\rho(\tau_x, \tau_y)$	График функции ($\theta_x = \theta_y = 1$)
SNX	$\rho\left(\tau_{x},\tau_{y}\right) = \exp\left[-2\left(\frac{\tau_{x}}{\theta_{x}} + \frac{\tau_{y}}{\theta_{y}}\right)\right]$	1 0,8 0,8 0,4 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2 0,2
SQX	$\rho\left(\tau_{x},\tau_{y}\right) = \exp\left[-\pi\left(\frac{\tau_{x}^{2}}{\theta_{x}^{2}} + \frac{\tau_{y}^{2}}{\theta_{y}^{2}}\right)\right]$	1 0,8 0,6 0,6 0,6 0,6 0,6 0,6 0,6 0,6 0,6 0,6
CSX	$\rho(\tau_x, \tau_y) = \exp\left[-\left(\frac{\tau_x}{\theta_x} + \frac{\tau_y}{\theta_y}\right)\right] \cos\left(\frac{\tau_x}{\theta_x}\right) \cos\left(\frac{\tau_y}{\theta_y}\right)$	1 0.8 0.8 0.6 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2 0.2
SMK	$\rho\left(\tau_{x},\tau_{y}\right) = \exp\left[-4\left(\frac{\tau_{x}}{\theta_{x}} + \frac{\tau_{y}}{\theta_{y}}\right)\right]\left(1 + \frac{4\tau_{x}}{\theta_{x}}\right)\left(1 + \frac{4\tau_{y}}{\theta_{y}}\right)$	0.8 0.8 0.6 0.4 0.2 0.2 0.2 0.4 0.2 0.2 0.4 0.2 0.5 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7
BIN	$\rho(\tau_{x}, \tau_{y}) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\tau_{x}}{\theta_{x}}\right) \left(1 - \frac{\tau_{y}}{\theta_{y}}\right) & \tau_{x} \leq \theta_{x} \\ 0 & \text{else} \end{cases}$	0.8 0.8 0.9 0.4 0.2 0.2 0.4 0.2 0.2 0.4 0.5 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7

Примечание. τ_x , τ_y , соответственно, представляют собой относительное расстояние между горизонтальным и вертикальным направлениями любых двух точек; θ_x , θ_y соответственно, представляют собой корреляционное расстояние в горизонтальном и вертикальном направлении.

Данные по исследованию площадок, как правило, ограничены и имеют низкую изученность, в основном, из-за сроков и стоимости изысканий. Следовательно, трудно достичь точной оценки структуры функции автокорреляции. С этой целью теоретические АСF с предполагаемыми значениями масштаба флуктуации часто используются в качестве замены для моделирования пространственной изменчивости грунтов в геотехническом вероятностном анализе, например анализе надежности оснований, склонов, подпорных стен и др.

В геотехнических приложениях обычно используются четыре автокорреляционные функции: одноэкспоненциальная (Single-Exponential – SNX), косинусно-экспоненциальная (Cosine Exponential – CSX), марковская порядка (Second-Order Markov SOM) и квадратичноэкспоненциальная Squared Exponential – SQX). В таблице 1 перечислены формулировки моделей автокорреляции, а на рисунке показаны четыре функции автокорреляции через нормализованное расстояние. На рисунке Δh представляет собой горизонтальное расстояние между точками, а θ_h – масштаб флуктуации в горизонтальном направлении. Функции на рисунке показывают, что для двух СРТU с горизонтальным расстоянием $2\theta_h$ автокорреляции малы.



Четыре автокорреляционные функции, нормализованные относительного горизонтального расстояния $\Delta h/\theta_h$